

Maak elke opgave op een apart vel, voorzien van je naam.

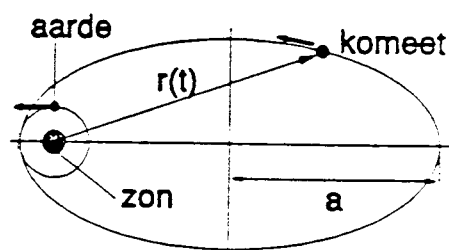
Op vel 1: naam, studentnummer, adres, postcode, woonplaats en studierichting.

De onderdelen van een opgave zijn meestal onafhankelijk van elkaar op te lossen. Als je een bepaald onderdeel niet kunt oplossen probeer dan toch het vervolg van de opgave

### Opgave 1.

Van een bepaalde komeet is gegeven dat de ellipsbaan van de komeet om de zon in hetzelfde vlak ligt als dat van de cirkelbaan van de aarde om de zon. De beide banen raken elkaar op de lange as van de komeetbaan. Volgens de derde wet van Kepler geldt voor alle lichamen die een ellipsbaan om de zon uitvoeren:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \cdot a^3$$



Hierin is  $T$  de periode,  $M$  de massa van de zon en  $2a$  de lange as van de ellips. De periode van deze komeet is 268 jaar en de straal van de baan van de aarde om de zon is  $0,15 \cdot 10^{12}$  m.

- a. Bereken de maximale afstand die mogelijk is tussen de komeet en de zon door alleen gebruik te maken van de vermelde gegevens.

Voor ellipsvormige banen in een gravitatieveld geldt voor de straal als functie van de tijd:

$$r(t) = \frac{r_0}{1 + \epsilon \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)}$$

waarin  $\epsilon$  de excentriciteit is.

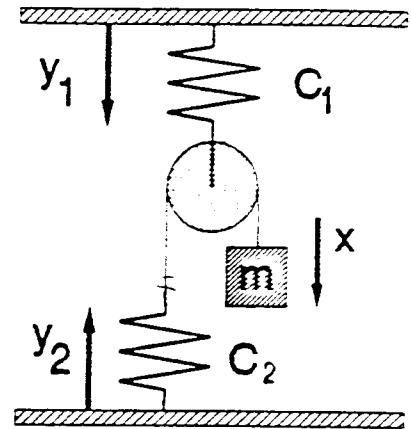
- b. Bereken de excentriciteit van de baan van de komeet. (Indien het antwoord op vraag a. niet gevonden is neem dan voor de maximale afstand  $11,5 \cdot 10^{12}$  m.)

De baan die de maan om de aarde beschrijft mag beschouwd worden als een cirkel. De maan valt niet naar de aarde omdat:

1. Hij zich in het gravitatieveld van de aarde bevindt
  2. De netto kracht op de maan nul is
  3. Hij zich buiten de grootste trekkraft van de gravitatie van de aarde bevindt
  4. Hij aangetrokken wordt door zowel de zon als de planeten en de aarde
  5. Enkele van de hiervoor genoemde factoren een rol spelen
  6. Geen van de hiervoor genoemde factoren de juiste verklaring geeft.
- c. Maak een keuze uit de gegeven zes mogelijkheden en licht je antwoord toe.

**Opgave 2.**

Aan een plafond is een massaloos katrol door middel van een veer met veerconstante  $C_1$  opgehangen. Over het katrol is wrijvingsloos een koord geslagen dat aan de grond is verbonden via een veer met veerconstante  $C_2$  en waar aan de andere kant een massa  $m$  hangt (zie figuur). Als de massa  $m$  over een afstand  $x$  naar beneden wordt getrokken, wordt veer 1 over een afstand  $y_1$  uitgerekt en veer 2 over een afstand  $y_2$ .



a. Geef de relatie tussen  $x$ ,  $y_1$  en  $y_2$ .

Neem als vraag a niet beantwoord kon worden:  $x = ay_1 + by_2$ .

b. Geef de bewegingsvergelijking voor  $m$  uitgedrukt in  $x$  en de twee veerconstanten.

De oplossing  $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$  voldoet aan de bewegingsvergelijking voor de massa  $m$ .

c. Bereken de trillingstijd  $T$  voor de massa  $m$  uitgedrukt in  $m$ ,  $C_1$  en  $C_2$ .

Met behulp van een computerprogramma is een simulatie te geven van de beweging van de massa  $m$ .

d. Stel een listing op waarmee de beweging van de massa  $m$  gesimuleerd kan worden.

**Opgave 3.**

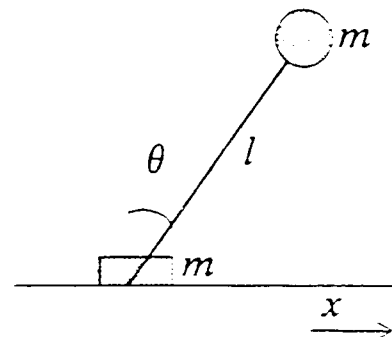
Een kogel met massa  $m$  is via een massaloze staaf met een lengte  $l$  scharnierend verbonden met een blokje, eveneens met een massa  $m$ , dat wrijvingsloos over het horizontale vlak kan bewegen.

Vanuit de verticale stand wordt de kogel een klein beetje uit zijn evenwicht gebracht.

a. Bereken de kinetische en de potentiële energie van het geheel als functie van de hoek  $\theta$ , de hoeksnelheid  $\dot{\theta}$  en de snelheid  $\dot{x}$ .

b. Toon met behulp van de Lagrange-vergelijkingen aan dat er behoud is van impuls in de horizontale richting.

c. Bereken de hoeksnelheid vlak voor de kogel de grond raakt.



**Opgave 4.**

Een algemene uitdrukking voor een kracht is:  $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p}$ .

a. Leg uit wat de twee componenten rechts van het = teken voorstellen.

Voor rotaties van stijve lichamen is het gebruikelijk om in plaats van de kracht het krachtmoment te nemen. Uit symmetrie overwegingen is ook een algemene uitdrukking voor het krachtmoment te geven.

b. Geef deze algemene uitdrukking voor het krachtmoment. Licht de betekenis van de verschillende componenten toe.

Een natuurkunde student zit rechtop op een draaistoel en heeft een traagheidsmoment. De stoel draait wrijvingsloos.

c. Maak een gefundeerde schatting van de grootte van het traagheidsmoment van deze student.

Deze student krijgt nu twee gewichten met een massa van 5 kg, voor elke hand één. Wanneer hij de armen opzij strekt is de afstand van de gewichten tot de draaias 1,0 m. Hij krijgt een zet en heeft dan een hoeksnelheid van 2 rad/s. Daarna beweegt hij de gewichten naar binnen tot op 0,2 m van de draaias.

d. Bereken de hoeksnelheid als de gewichten op 0,2 m van de draaias zitten.

e. Bereken het verschil in kinetische energie tussen de begin en de eindsituatie.

f. Verklaar het energieverschil.